

専攻	システム創成工学専攻 電気電子システムコース	科目名	電気電子工学	受験 番号	模範解答	得点	
----	---------------------------	-----	--------	----------	------	----	--

【1】真空中（誘電率 ϵ_0 [F/m]、透磁率 μ_0 [H/m]）にある半径 a [m] の球内に正電荷が均一に分布している。ここで、無限遠の電位を $0V$ とするとき、球の中心から r [m] ($r \geq a$) の点における電位 $V(r)$ が右の式を満たした。なお、半径 a [m] の球の外に電荷はないものとする。このとき、以下の設問に答えなさい。

（解答欄には、導出過程が分かるように式や図を用いた説明を必ず記入すること。）

$$V(r) = \frac{a^4}{\epsilon_0 r} [\text{V}] \quad (r \geq a)$$

- (1) 半径 a [m] の球内に帯電している電荷の体積電荷密度 ρ を求めなさい。
- (2) 球の中心から r [m] ($0 < r < a$) の点における電界の大きさ $E(r)$ を求めなさい。
- (3) 球の中心から r [m] ($0 < r < a$) の点における電位 $V(r)$ を求めなさい。

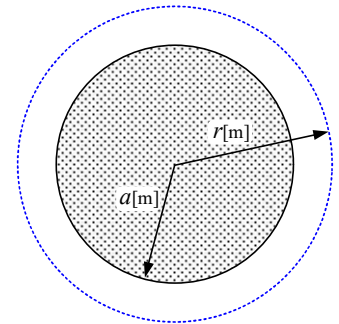
(解答欄)

(1) 右図のような半径 r [m] ($r > a$) の球状閉曲面を考えると、この閉曲面に閉じ込められている

$$\text{全電荷の量は、} \rho [\text{C/m}^3] \times \frac{4}{3} \pi a^3 [\text{m}^3] = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho [\text{C}] \text{ となる。}$$

よって、球の中心から r [m] ($r > a$) の点における電位 $V(r)$ は、

$$V(r) = \frac{\frac{4}{3} \pi a^3 \rho}{4\pi \epsilon_0 r} = \frac{a^3 \rho}{3\epsilon_0 r} = \frac{a^4}{\epsilon_0 r} [\text{V}] \quad \therefore \rho = 3a [\text{C/m}^3]$$

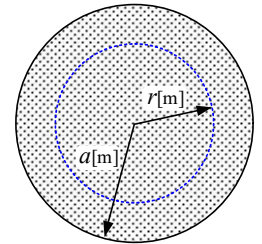


(2) 右図のような半径 r [m] ($0 < r < a$) の球状閉曲面を考えると、この閉曲面に閉じ込められている

$$\text{電荷の量は (1) より、} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho = \frac{4}{3} \pi r^3 \times 3a = 4\pi ar^3 [\text{C}] \text{ となる。}$$

ガウスの法則より、

$$\epsilon_0 E(r) \times 4\pi r^2 [\text{m}^2] = 4\pi ar^3 [\text{C}] \quad \therefore E(r) = \frac{ar}{\epsilon_0} [\text{V/m}]$$



(3) 題意より、 $V(a) = \frac{a^4}{\epsilon_0 a} = \frac{a^3}{\epsilon_0} [\text{V}]$

よって、

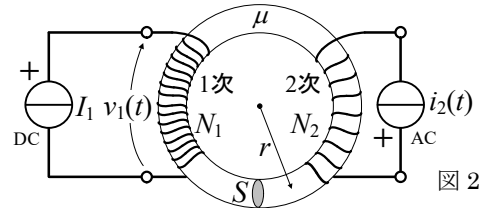
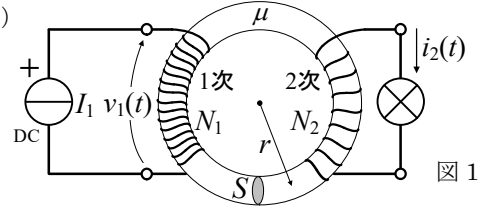
$$\begin{aligned} V(r) &= \int_r^\infty E(r) dr = \int_r^a E(r) dr + V(a) = \int_r^a \frac{ar}{\epsilon_0} dr + \frac{a^3}{\epsilon_0} \\ &= \frac{a}{\epsilon_0} \int_r^a r dr + \frac{a^3}{\epsilon_0} = \frac{a}{\epsilon_0} \int_r^a r dr + \frac{a^3}{\epsilon_0} = \frac{a}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_r^a + \frac{a^3}{\epsilon_0} = \frac{a}{2\epsilon_0} [r^2]_r^a + \frac{a^3}{\epsilon_0} \\ &= \frac{a}{2\epsilon_0} (a^2 - r^2) + \frac{a^3}{\epsilon_0} = \frac{a}{2\epsilon_0} (a^2 - r^2 + 2a^2) = \frac{a}{2\epsilon_0} (3a^2 - r^2) [\text{V}] \end{aligned}$$

専攻	システム創成工学専攻 電気電子システムコース	科目名	電気電子工学	受験番号	模範解答	得点	
----	---------------------------	-----	--------	------	------	----	--

【2】図1のような平均半径 r [m]、断面積 S [m²] (断面の半径 $\ll r$)、透磁率 μ [H/m] の円形コアに N_1 巻の1次側コイルと N_2 巻の2次側コイルが巻かれている。また、1次側には一定電流 I_1 [A] の電流源が、2次側には電球が接続されており、2次側電流を $i_2(t)$ [A]、1次側電圧を $v_1(t)$ [V] とする。また、磁束がコア外に漏れないものとするとき、以下の設問に答えなさい。

(解答欄には、導出過程が分かるように式や図を用いた説明を必ず記入すること。)

- 図1の回路について、2次側電流 $i_2(t)$ を求めなさい。
- 図2のように電球を正弦波電流源に置き換えたとき、コア内の磁束 Φ を求めなさい。
- 1次側-2次側コイル間の相互インダクタンスを求めなさい。



(解答欄)

- (1) 1次側電流が直流のため、2次側に電流は誘導されない。

したがって、 $i_2(t) = 0$ [A]

- (2) 平均半径上の磁束密度を $B(t)$ 、微小磁路長を dl とする。

平均半径上の閉路について、アンペールの法則を適用すると、

$$\oint_C \frac{B(t)}{\mu} dl = N_1 I_1 - N_2 i_2(t) \quad \therefore B(t) = \mu \frac{N_1 I_1 - N_2 i_2(t)}{2\pi r} \quad [\text{T}]$$

断面の半径 $\ll r$ より、コア内の磁束密度は一定と考えてよい。

よって、
$$\Phi(t) = B(t)S = \frac{N_1 I_1 - N_2 i_2(t)}{2\pi r} \mu S \text{ [Wb]}$$

- (3) (2)と $N_1 \Phi(t)|_{I_1=0} = -M i_2(t)$ より、
$$M = -\frac{N_1 \Phi(t)|_{I_1=0}}{i_2(t)} = -\frac{N_1 (-N_2 i_2(t)) \mu S}{2\pi r} / i_2(t) = \frac{\mu N_1 N_2 S}{2\pi r} \text{ [H]}$$

【3】電界 $\vec{E}(t, x, y, z)$ 、電流密度 $\vec{j}(t, x, y, z)$ 、体積電荷密度 $\rho(t, x, y, z)$ とするとき、以下の設問に答えなさい。なお、真空中 (誘電率 ϵ_0 [F/m]、透磁率 μ_0 [H/m]) であるとする。(解答欄には、導出過程が分かるように式や説明を必ず記入すること。)

- (1) $\text{div rot } \vec{E}$ を計算して求めなさい。 (2) 電荷保存の法則 $\text{div } \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ をマクスウェル方程式から導出しなさい。

(解答欄)

(1)
$$\text{rot } \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \vec{i} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \vec{k}$$

$$\text{div rot } \vec{E} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = 0$$

- (2) 磁束密度を \vec{B} 、電束密度を \vec{D} 、透磁率を μ_0 とすると、マクスウェル方程式より、

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \quad (1) \text{と同様に考えると、} \quad \text{div rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\text{div } \vec{j} + \text{div } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = \mu_0 \left(\text{div } \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \vec{D} \right) = \mu_0 \left(\text{div } \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \rho \right) = 0$$

したがって、
$$\text{div } \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

令和8年度 専攻科入学者選抜 学力検査問題 【模範解答】

専攻	システム創成工学専攻 電気電子システムコース	科目名	電気電子工学	受験 番号	模範解答	得点	
----	---------------------------	-----	--------	----------	------	----	--

【4】

解答例	$I_1 = 4$ [mA]
出題意図	電気回路の基礎である直流回路の解析に関する問題である。与えられた回路の構造を理解し、必要に応じて等価回路へ変換する能力、ならびに各種法則や定理を適切に使用して回路内の電圧や電流を正しく求める能力が要求されている。

【5】

解答例	$\dot{i}_R = 6 + j2$ [A]
出題意図	電気回路の基礎である交流回路の解析に関する問題である。記号法について理解し、各種法則や定理を適切に使用して回路内の電圧や電流を正しく求める能力が要求されている。

【6】

解答例	(1)	$v_C(-0) = 10$ [V]
	(2)	$v_0(t) = -6e^{-8t}$ [V]
出題意図	電気回路の基礎である過渡現象の解析に関する問題である。初期値を正しく求める能力、ならびに必要に応じて等価回路に変換して微分方程式で表される回路方程式を立式し、それを正しく解く能力が要求されている。	

【7】

解答例	$V_0 = -12$ [V]
出題意図	アナログ電子回路の基礎であるオペアンプ回路（演算増幅回路）の解析に関する問題である。オペアンプ（演算増幅器）の理想特性を正しく理解し、回路内の電圧や電流を正しく求める能力が要求されている。