

# 非平面への微細パターン形成のためのCGH設計アルゴリズム

西田 茂生 堀崎 遼一

A Design Algorithm of Computer-generated Hologram for Micro-pattern Projection on Non-flat Plane

Shigeki NISHIDA and Ryoichi HORISAKI

In this paper, a design algorithm of computer-generated hologram was proposed. It can project a micro-pattern on a non-flat plane surface. Two type computer-generated holograms were designed under Fresnel diffraction region. One is phase-contrast type hologram another is amplitude-contrast type hologram. As the result of some simulation experiments using the designed computer-generated hologram, some patterns were projected on a spherical surface.

## 1. 緒 言

対象物表面に複雑な微細パターンを一括で形成することのできる光露光は、半導体微細加工分野やマイクロマシン分野等に広く用いられている。しかし対象物は平面に限られており、様々な形状の面に複雑な微細パターンを形成することは現状では不可能である。現在、微細パターン形成の方法としてはホログラムによる一括露光法、レーザや電子ビームによる描画法などが提案されている。しかし、ホログラムによる一括露光は短時間で複雑な微細パターン形成が行えるが、対象は平面のみに限られており、レーザ描画法や電子ビーム描画法は非平面にも対応できるが時間がかかる。そこで、本研究では平面だけでなく任意の面に微細パターン形成できる方法を提案する。具体的には、実物モデルが不必要な計算機合成ホログラム（以下CGH）を使い、そして非平面を平面の線形和として扱う。なお実際のサイズを考慮するとフレネル回折領域での扱いになるのため、本論文ではフレネル回折について述べてから、CGH設計方法を提案し、これを非平面へ応用する。また、本研究ではCGHを位相CGHと振幅CGHの両方で設計した。再生像を鮮明にするには前者が、製作コストから考えると後者が適しているが、低コストで位相CGHに近い鮮明さが得られる振幅CGHの設計法を提案し、その有効性も示した。

## 2. 回折公式

CGHを設計する際まず重要となるのは、CGHから再生像を求めるための回折公式の導出である。また、回折公式を適用する際、その領域がCGHから近いか遠いかにより回折波の性質が顕著に異なる。微小な距離の場合はフレネル回折となり、距離が遠い場合はフラウンホーファ回折となる。本研究で用いるCGHはサイズが小さいため、CGHと再生像の間の距離を微小にとる必要があるためフレネル回折を用いる。本節ではそれぞれの回折公式の導出と、その限界距離を求める。

### 2.1 フラウンホーファ回折公式

フレネル・ホイヘンスの原理に基づき回折公式を導出する。一次波面の各点からあらゆる方向に一様に放射される小球面波は $\frac{A}{r} e^{-ikr}$ として表せる。ここで $k$ は波数、 $r$ は放射点からの距離、 $A$ は $r$ が単位長のときにおける振幅である。Fig.1の関係より、回折波は次式で表される。

$$u = \int_s \frac{Ae^{ikr}}{i\lambda r} dx dy \quad (1)$$

ここで $r$ は開口上の1点から再生面上の観測点間での距離であり、積分は開口 $s$ 全体について行うものとする。開口から再生面までの距離 $l$ が十分に大きいと $1/r \cong 1/l$ が成り立つ。そして開口を(2)式で定義し、Fig.2の距離関係を用いると、(1)式から(3)式が得られる。

$$f(x, y) = \begin{cases} 1: (\text{開口 } s \text{ の内側}) \\ 0: (\text{開口 } s \text{ の外側}) \end{cases} \quad (2)$$

$$u_{(x_0, y_0)} = \frac{A}{i\lambda l} \iint f(x, y) e^{ik\sqrt{l^2 + (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}} dx dy \quad (3)$$

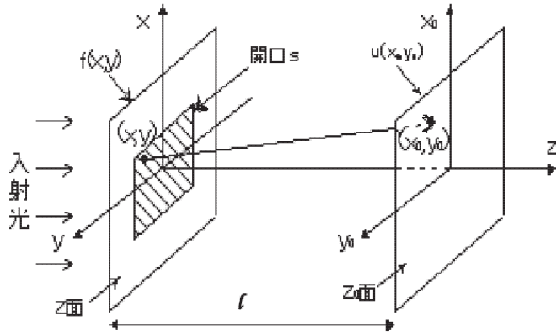


Fig.1 回折公式導出のためのモデル

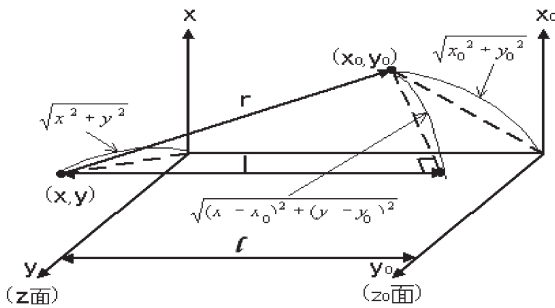


Fig.2 z面上の点(x, y)とz<sub>0</sub>面上の点(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>)の座標の関係

(3)式の平方根部分にマクローリン展開を行うと

$$r = l + \frac{1}{2l} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] - \frac{1}{8l^3} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]^2 \quad (4)$$

この式の2次以上の項を無視し展開すると,

$$r \cong l + \frac{1}{2l} (x^2 + y^2) + \frac{1}{2l} (x_0^2 + y_0^2) - \frac{1}{l} (xx_0 + yy_0) \quad (5)$$

x, y, x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>の自乗の項も無視するとrは次式に近似され,

$$r \cong l - \frac{1}{l} (xx_0 + yy_0) \quad (6)$$

これを(3)式に代入すると,

$$u_{(x_0, y_0)} = e^{ikl} \iint f(x, y) e^{-\frac{ik}{l}(xx_0 + yy_0)} dx dy \quad (7)$$

となりフラウンホーファ回折の公式が与えられる。

次にフラウンホーファ回折の境界条件を求める。(5)式の無視したx, yの自乗の項に注目すると, この項は係数kをかけると位相項である。したがってkを含めて2πより小さいことが望ましい。そこで次式の関係が得られる。

$$\frac{k}{2l} (x^2 + y^2) \ll 2\pi \quad (8)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $x^2 + y^2$ の最大値が開口の大きさ(D)の自乗になる

のでフラウンホーファ回折の境界条件は, 次式となる。

$$l \gg \frac{D^2}{2\lambda} \quad (9)$$

### 2.2 フレネル回折公式

次にフレネル回折公式を導出する。(4)式の二次以上の項を省略したものを(3)式に代入するとフレネル回折公式が次式のように得られる。

$$u_{(x_0, y_0)} = \frac{A}{i\lambda l} e^{ikl} \iint f(x, y) e^{\left[ \frac{ik}{2l} \{ (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \} \right]} dx dy \quad (10)$$

次にこの式の境界条件を求める。フラウンホーファ回折のときと同様に, (4)式の2次の項であるx, yの自乗の項に注目すると  $\frac{k}{8l^3} (x^2 + y^2)^2 \ll 2\pi$  となり, 距離lについて解くと次式が得られる。

$$l^3 \gg \frac{d^4}{8\lambda} \quad (11)$$

これがフレネル回折の境界条件となる。

すなわちCGHと再生面間が(9)式と(11)式を満たす距離の場合にフレネル回折像が得られる。

CGHサイズとフレネル回折領域の近接限界距離との関係を Fig.3に示す。

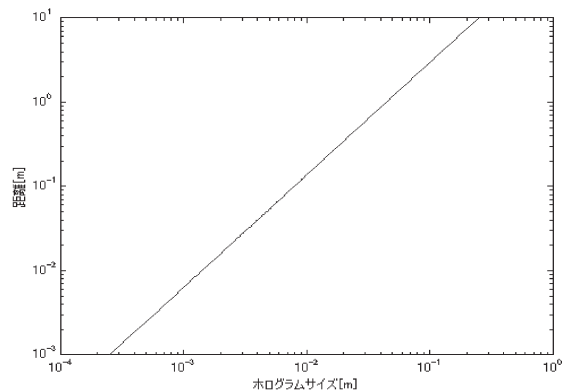


Fig.3 CGHサイズとフレネル回折限界距離

Fig.3は横軸にCGHサイズ, 縦軸に近接限界距離をとったものであり, 再生面とCGH間の距離を設定した場合にCGHのサイズを求めることができる。またCGHサイズによりどの距離まで再生可能かがわかる。

### 2.3 CGHの計算

Fig.4において3次元物体より距離δzの位置に物体を投影したと仮定する投影面を考える。投影面より距離z<sub>0</sub>の位置に像面を考える。投影面および像面は光軸に対し垂直である。投影面と像面の間に光学素子は無く, その距離がフレネル回折領域にあるとする。

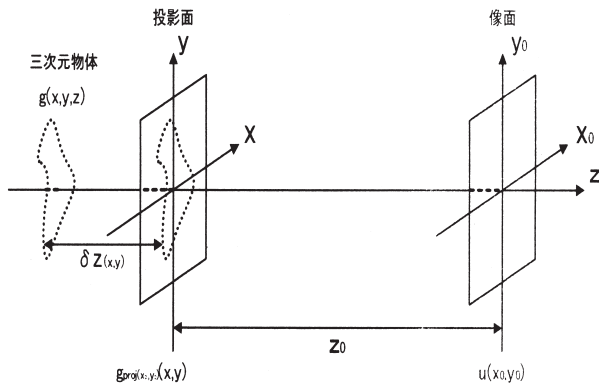


Fig.4 光学系のモデル図

物体の光波振幅  $g(x, y, z)$  からの回折波  $u(x_0, y_0)$  は,

$$u(x_0, y_0) = \iiint f(x, y, z) e^{ik \left[ \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z} \right]} dx dy dz \quad (12).$$

となる.

回折像を求めるには(12)式を計算すればよいが、このまま3次元で計算すると非常に時間がかかる。そこで羽根ら<sup>1)</sup>の手法を用いて上式を2次元に置き換え、次式を得る。

$$u(x_0, y_0) \cong \iint g_{pro(x_0, y_0)}(x, y) e^{2ik \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{z_0 + \delta z(x, y)}} dx dy \quad (13).$$

ここで、 $g_{pro}(x_0, y_0)$  は  $x-y$  平面への  $g(x, y, z)$  の投影像であり、 $\delta z$  は  $x-y$  平面からの物体  $g(x, y, z)$  までの  $z$  方向距離である。(13)式で  $z_0 \gg \delta z$  と考え、それぞれの  $\delta z$  における結果を足し合わせるにより回折像を得る。

### 3. CGHの設計とシミュレーション

#### 3.1 位相CGHと振幅CGH

CGHは本来、所望の設計像の位相情報と振幅情報を用いて設計するが、現在の計算機の性能では両方を用いると多大なメモリと時間がかかる。そこで、本研究では振幅を一定として位相分布のみを計算する位相CGH、位相を一定として振幅分布のみを計算する振幅CGHを用いる。この二つのCGHの比較をTable 1に示す。

Table 1 位相CGHと振幅CGHの特徴比較

	位相 CGH	振幅 CGH
設計方法	位相を計算 (振幅一定)	振幅を計算 (位相一定)
再生像	鮮明	不鮮明
光の減衰	小 (約 70%減衰)	大 (約 95%減衰)
製作コスト	大	小

本研究では位相CGHと振幅CGHの二種類を扱う。まず位相CGHについて述べる。

#### 3.2 位相CGH

位相CGHを設計する手順をFig.5に示す。

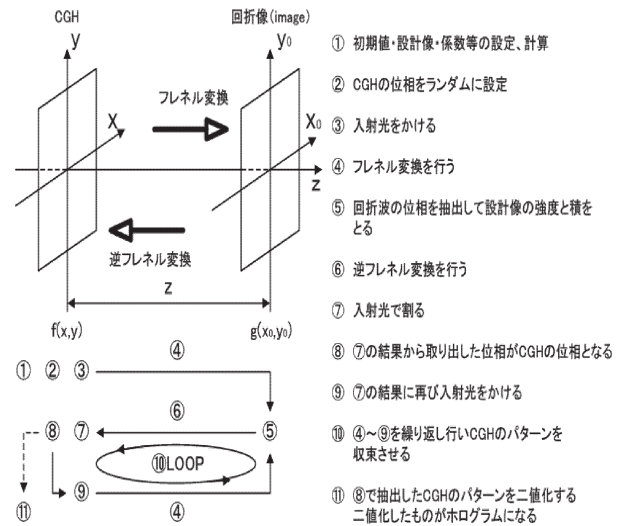


Fig.5 位相CGHの設計手順

Fig.5の手順に示すように、最初にCGHの位相分布をランダムに設定しておき、そのCGHに入射光を照射したときの再生像を求める。再生像の複素振幅から位相だけを抽出し、設計像とかけ合わせた複素振幅から元のCGHの位相分布を求める。このループを再生像が設計像に近づくまで繰り返す。なお、CGHの振幅を1と設定した。

次に位相CGHのシミュレーションを行った。設計条件としてFig.6のように設計像の一边を256分割して画素数を  $256 \times 256 = 65536$  画素とし、CGHも同じく一边を256分割とした。また設計像の大きさを5mm四方、像面とCGHの距離を50mmとした。入射光は波長が500nmのガウシアンビームとする。Fig.7に示すように設計像は矩形のものを読み込み、開口の部分(白色)の強度を200、その他の部分(黒色)の強度を0とする。またFig.5の手順⑩を50回繰り返した。この条件で設計したCGHをFig.8, CGHの再生像をFig.9に示す。

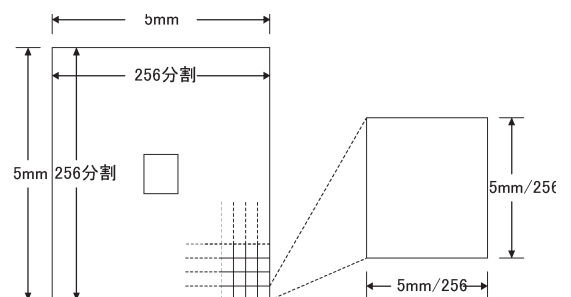


Fig.6 設計像の分割

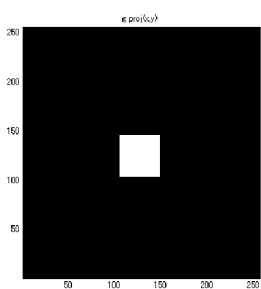


Fig.7 設計像 (矩形開口)

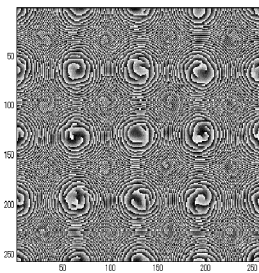


Fig.8 位相CGH

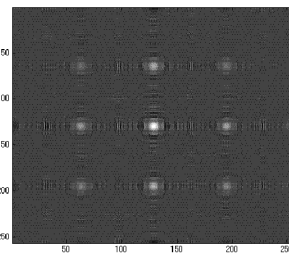


Fig.11 アルゴリズム改良後の振幅CGH

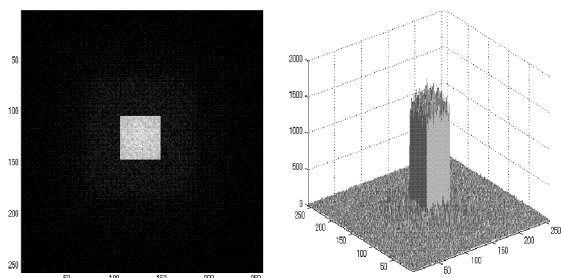


Fig.9 再生像 (左2D表示 右3D表示)

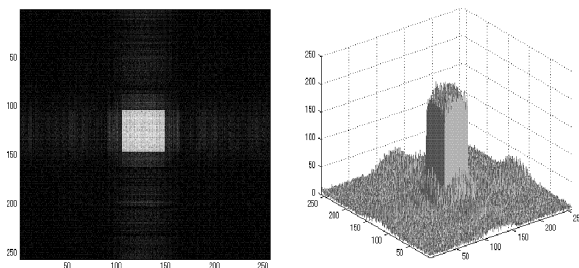


Fig.12 再生像 (左2D表示 右3D表示)

図からわかるように設計した矩形が再生できていることがわかる。

3.3 振幅CGH

振幅CGHの設計手順は、基本的には位相CGHと変わらず、位相CGHで位相を抽出していたものを、振幅CGHでは振幅を抽出すればよい。設計条件は位相CGHと同様であり、CGHの位相は0度とした。これらの計算結果は複素数で表されるが、振幅ホログラムでは振幅が同じで位相が異なる複素数は同じものと見なされる。例えば今回用いた位相0度では、Fig.10の振幅が等しく位相が異なるベクトルAからベクトルFは全てベクトルAとして扱われてしまう。そのため再生像は非常にコントラストの悪い像となった。そこで、少しでも位相情報を残すために複素平面の第1, 第4象限ものを正のベクトル、複素

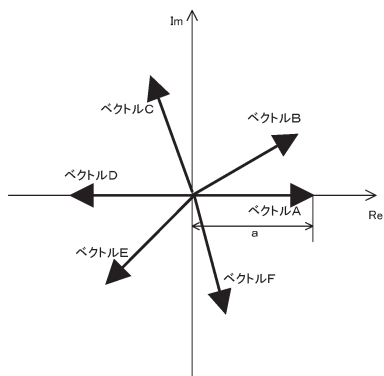


Fig.10 複素振幅ベクトル

平面の第2, 第3象限のものを負のベクトルとして扱う。つまり  $B, F$  は  $A(a \times e^{i \times 0})$ ,  $C, E$  は  $D(-A(-a \times e^{i \times 0}))$  となる。

改良した振幅CGHを以下に示す。Fig.11に設計したCGH, Fig.12にCGHの再生像を示す。

3.4 多層CGH

前節で扱ったCGHは一枚のCGHから一定の距離の再生像を再生させるものだった。ここでは、一枚の再生像から複数の距離で像を再生させるCGHについて述べる。この多層CGHは、位相CGH, 振幅CGHのどちらでも再生可能だが、位相CGHを使って説明を行う。設計手順の概略をFig.13に示す。ただし、CGHと image1, image2

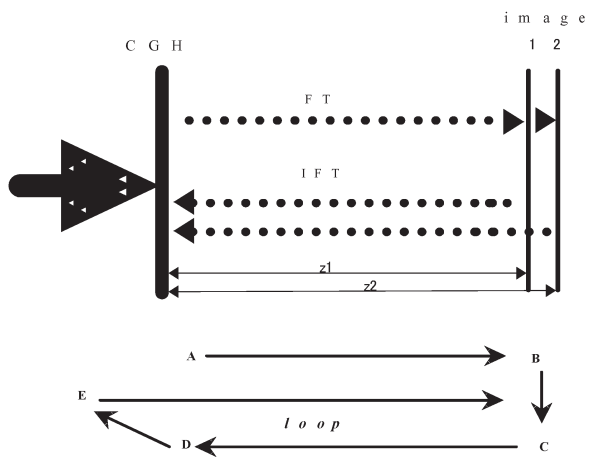


Fig.13 設計手順の概略



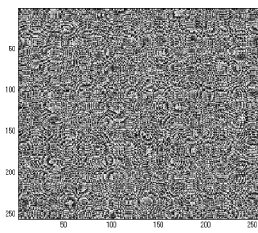


Fig.14 設計した位相CGH

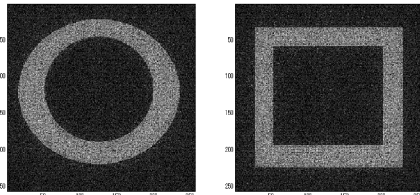


Fig.15 Fig.14の再生像 (左  $z = 25\text{mm}$  右  $z = 50\text{mm}$ )

までの距離を  $z_1, z_2$  とし, FT, IFT はそれぞれフレネル変換, 逆フレネル変換を示す.

- (1) CGHは位相ホログラムで振幅は一定とし, 位相を任意に設定する.
- (2) A CGHに入射光を照射する.
- (3) A→B  $z_1, z_2$ の距離でフレネル変換する.
- (4) B→C Bの位相を抽出し, 設計像2パターンとの積をとる.
- (5) C→D  $\text{image}_1, 2$ をそれぞれ逆フレネル変換し2つの複素振幅を足しあわせる.
- (6) D→E Dから位相のみをとりだしたものがCGHの位相パターンとなる.
- (7) E→B 入射光をかけて  $z_1, z_2$ でフレネル変換する.
- (8) ④~⑦の操作を繰り返し, 収束させる.

CGHの設計手順に従って  $Z_1 = 25\text{mm}$  に丸,  $Z_2 = 50\text{mm}$  に四角を再生させるCGHの設計を行った. 設計したCGHを Fig.14 に, そのCGHを  $Z_1, Z_2$ の距離で再生した結果を Fig.15 に示す. その他の設計条件は3.1節と同様とした.

Fig.15よりそれぞれの場所で設計した図形が再生されていることが確認できる.

#### 4. 非平面への再生

非平面は複数平面の和の近似ととらえることができる. この考えと多層ホログラムを組み合わせると非平面への再生が可能となる. 第一段階として斜面へ再生する位相CGHの設計とシミュレーションを行った.

Fig.16のような斜面に再生する場合を考える. まず, 斜

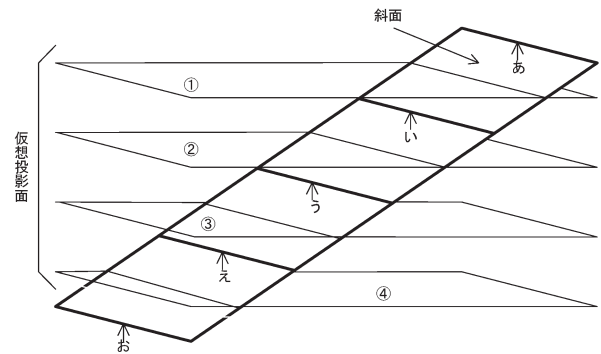


Fig.16 斜面へ再生するCGHの概念図

面を「い~え」の位置で区切る. 次にそれぞれの位置の中央に図のような仮想再生面①~④を設定する. すなわち「あ」から「い」までの間の像は①が, 「い」から「う」までの間の像は②が, 以下同様に受け持つとする. そして先ほどの多層ホログラム (再生像4枚) を組み合わせる. この考えを元に設計を行い, 再生結果は以下ようになった. 設計条件は今までと同様とした. 水平面から45度の角度を持つ Fig.17 a)のような斜面を設定した. その斜面上に「2005」の手書き文字を再生する. また, CGHと斜面の間の距離は, 斜面の一番高いところから10cmである. 設計したCGHを Fig.18 に示す.

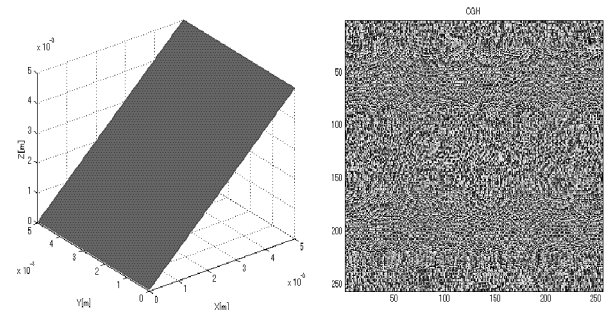


Fig.17 a) 再生斜面 (斜度45度) b) CGH

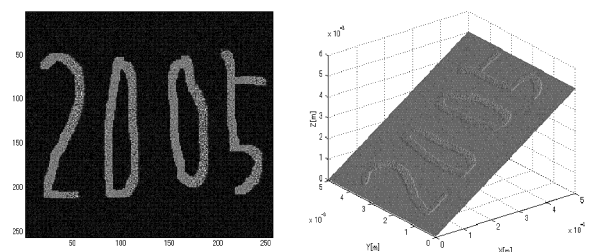


Fig.18 斜面への再生結果 (左 上面図 右 3D表示)

次に Fig.19 a)のような球面への再生を試みた. 設計条件は今までと同じである. また球面の分割数を100とし, CGHと球面までの距離は Fig.21 a)の最も高いところから10cmとした.

再生結果を Fig.19 b)に示す. また, 実際の球面上で見た

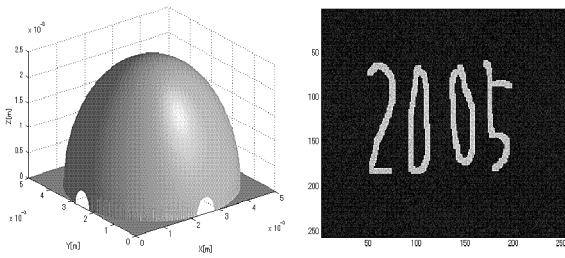


Fig.19 a) 再生面 b) 再生結果

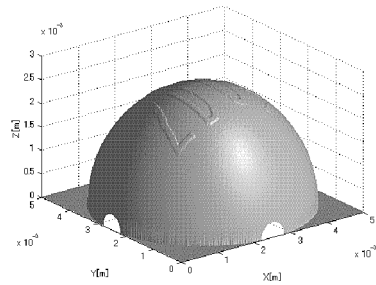


Fig.20 球面への再生

様子をFig.20に示す. この図より球面に設計通りの再生像が得られているのがわかる.

ここでは, 斜面, 球面へ再生可能な多層CGHを位相CGHで設計したが, 振幅CGHを用いての設計も可能であり, 実際に設計およびシミュレーションを行った. その結果, 再生像の鮮明さでは位相CGHの方が勝るが, 振幅CGHもアルゴリズムの改良によりある程度の鮮明

な再生像を得ることができた. それほどの鮮明さを要求されない場合はホログラム製作コストの低い振幅CGHを用いることも可能であることがわかった.

## 5. 結 言

多層CGHの考えを用いて, 非平面を任意の数の平面層に分けてCGHを設計する手法を提案した. 実際にCGHの設計を行った後シミュレーションを行った結果, 非平面に任意の設計像が再生されていることを確認した.

また, 位相CGHと振幅CGHの両方を比較したところ, 今回のアルゴリズム改良によりある程度鮮明な再生像を得ることのできる振幅CGHを設計することができた. このことから, 再生像の鮮明度を要求しない場合はホログラム製作コストの低い振幅CGHを選択できることもわかった.

## 参考文献

- 1) 羽根一博他, 計算機合成フレネルホログラムによる三次元露光, 精密工学会論文集, Vol.65 No.1(1999)141-144