

<p style="text-align: center;"><b>解析数理</b> <b>(Analytical Mathematics)</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>1 年・後期・2 単位・選択必修</b> <b>3 専攻共通・担当 安田 智之</b></p>													
	<p>[システム創成工学教育プログラム学習・教育目標]</p> <p style="text-align: center;">B- 1 (80%) ・ D- 1 (20%)</p>	<p>[JABEE 基準]</p> <p style="text-align: center;">( c ), ( d - 2 a )</p>												
<p>〔講義の目的〕 整数全体の集合に対して+という演算を考えると 2 と 3 に対して 5 が対応するという整数間のある「関係」が生じる。一方×という演算を考えると 2 と 3 に対して 6 が対応するという別の「関係」が生じる。一般に, ある集合 <math>X</math> において幾つかの演算が定義され, それにより生じる「関係」がある条件を満たす時, <math>X</math> は代数系をなすという。代表的な代数系として, 群, 環, 体, などがある。例えば整数全体の集合は+という演算について群となり, +, ×という演算について環となる。本講義では特に群を考察する。その事は既知の集合や演算の, 代数系という観点からの見直しにもなり, 数学の対象だと思わなかった物事の新たな対象化にもなるであろう。物事を代数系として捉え考察する力を養うことが本講義の目的である。</p>														
<p>〔講義の概要〕 第一週と二週で様々な代数系を概観する。第三週からは特に群について考察する。まず最初は四個以下の要素で作られる群にはどんなものがあるかを考える。次にそこから浮かび上がる巡回群を考察。続いて, 有限個の要素で作られる群すべてを記述できる重要な群である置換群, それを図形の対称性考察へ応用した対称変換群, 更に一つの群の要素を幾つかに整理するのに便利な剰余類の概念と剰余群を考察し, 最後に準同型写像を用い, 群が同じ型であるという事を記述する。特論としては組み紐群を考察する。</p>														
<p>〔履修上の留意点〕</p> <p>毎回の講義後、できるだけ早く講義の復習をし、講義中に出てきた具体例を取っ掛かりにして抽象的な概念を獲得してほしい。また、出された演習問題に積極的に取り組み、知識の定着を図ってほしいと思う。その際、図書館等で参考書にあたって色んな具体例に触れようとする事は学習者としての正しい態度であると思う。</p>														
<p>〔到達目標〕</p> <p>講義中に出された演習問題、提出を求められた課題に対してきちんと解答できることが最低の目標である。</p>														
<p>〔評価方法〕</p> <p>成績評価は、講義時間内での演習問題への取り組みが 20 点、提出を求めた課題への取り組みが 30 点、学期末試験が 50 点、この三点を総合評価して行なう。</p>														
<p>〔教科書〕 特定の教科書は指定しない。</p> <p>〔補助教材・参考書〕 講義の内容の理解や講義終了後の自学自習に役立つような参考書を適宜紹介するが、ここでも少し紹介しておこう。</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 33%;">・代数的構造</td><td style="width: 33%;">遠山 啓</td><td style="width: 33%;">日本評論社</td></tr> <tr> <td>・群・環・体入門</td><td>新妻 弘・木村 哲三</td><td>共立出版</td></tr> <tr> <td>・群論への 30 講</td><td>志賀 浩二</td><td>朝倉書店</td></tr> <tr> <td>・群と幾何学</td><td>難波 誠</td><td>現代数学社</td></tr> </table>			・代数的構造	遠山 啓	日本評論社	・群・環・体入門	新妻 弘・木村 哲三	共立出版	・群論への 30 講	志賀 浩二	朝倉書店	・群と幾何学	難波 誠	現代数学社
・代数的構造	遠山 啓	日本評論社												
・群・環・体入門	新妻 弘・木村 哲三	共立出版												
・群論への 30 講	志賀 浩二	朝倉書店												
・群と幾何学	難波 誠	現代数学社												
<p>〔関連科目〕</p> <p>本科の数学系科目は本講義を理解する基礎となる。</p>														

## 講義項目・内容

週数	講義項目	講義内容	自己評価*
第1週	代数系	亜群、半群、単位的半群、群、可換群、の定義を与え、それぞれについて具体例をあげる。	
第2週	(続) 代数系	環、単位的環、整域、体、斜体、の定義を与え、それぞれについて具体例をあげる。	
第3週	小さい群	位数1から4の群はそれぞれ何種類あるだろうか。「群表」を用いて群の同型の概念を導入して考える。	
第4週	巡回群	定義を与え、一般的性質をあげる。次週以降もたびたび登場する部分群という概念をここで導入する。	
第5週	(続) 巡回群	巡回群の具体例をあげる。不定方程式 $ax + by = c$ を満たす整数解があるか、という問題への応用も考える。	
第6週	置換群	定義を与え、一般的性質をあげる。任意の有限群は適当な次数の置換群に同型である、という Cayley の定理も紹介したい。	
第7週	(続) 置換群	置換群の具体例をあげる。阿弥陀籤(あみだくじ)もその一つとして考えてみたい。	
第8週	対称変換群	置換群の応用として、図形の対称性の記述がある。ここでは正多角形の対称性を群の言葉で述べる。	
第9週	(続) 対称変換群	正多面体は全部で何種類あるかを考察した上で、正多面体の対称性を群の言葉で述べる。	
第10週	剰余類と剰余群	ひとつの群は部分群を用いて分類整理することができる。これにより群は見やすくなる。	
第11週	(続) 剰余類と剰余群	剰余類と剰余群の具体例をあげる。先週までに登場した様々な群を例に取りそれらを再考察する。	
第12週	群の同型と準同型	第三週で既に登場した群の同型という概念を、準同型写像を用いて記述する。	
第13週	(続) 群の同型と準同型	先週までに登場した様々な群を例にとり、準同型写像を用いて二つの群の同型、準同型を考える。	
第14週	組み紐群	特論として組み紐群を考察する。例えば髪の毛の「三つ編み」のように幾本かの紐を編んだものを群の言葉で記述する。	
第15週	(続) 組み紐群	一見異なる二つの組み紐が実は同じものであるという事を、組み紐群を考察することで判定する。	
試験			

\* 4 : 完全に理解した, 3 : ほぼ理解した, 2 : やや理解できた, 1 : ほとんど理解できなかった, 0 : まったく理解できなかった.  
 (達成) (達成) (達成) (達成) (達成)